Algorytmy Numeryczne

Zadanie 2. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą eliminacji Gaussa

Agnieszka Harłozińska

253994

1. **Wprowadzenie**

Celem zadania było zdefiniowanie klasy parametryzowanej typem MyMatrix reprezentującą macierz nad ciałem liczb rzeczywistych oraz  
implementacja algorytmu eliminacji Gaussa w trzech wariantach:

* G: bez wyboru elementu podstawowego,
* PG: z częściowym wyborem elementu podstawowego,
* FG: z pełnym wyborem elementu podstawowego.

1. **Podejście do zagadnienia**

* Zadanie zostało wykonane przy użyciu języka C# w technologii .NET.
* Wykorzystano dodatkowo bibliotekę Miscellaneous Utility Library (MiscUtil) wspomagającą operacje na typach generycznych.
* Testy przeprowadzono dla trzech różnych typów reprezentujących liczbę rzeczywistą: float, double oraz własnego typu ułamkowego zaimplementowanego w klasie Fraction.
* Dokładność obliczeń przedstawiono jako sumę błędów bezwzględnych pomiędzy wylosowanym wektorem referencyjnym a wynikowym wektorem wyliczonym przez algorytmy.

1. **Analiza problemu**

**H1: Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy czas działania metody Gaussa w kolejnych wersjach (G, PG, FG) rośnie.**

Wykres 1. Czas działania algorytmów dla typów float i double.

Wykres 2. Czas działania algorytmów dla typu Fraction.

Wyraźnie różnice w czasie wykonywania dostrzegalne są dla większych rozmiarów macierzy. Ciężko jest zauważyć różnicę pomiędzy G i PG (przykładowo dla macierzy o rozmiarze 150 badając typ float czasy dla wersji G i PG wyniosły kolejno 59,83 ms i 71,59 m). Czas działania w wersji FG zdecydowanie jest większy od pozostałych dla wszystkich typów danych.

**H2: Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy błąd uzyskanego wyniku metody**

**Gaussa w kolejnych wersjach (G, PG, FG) maleje.**

Wykres 3. Dokładność obliczeń prowadzonych na typach float i double dla wszystkich metod.

Analizując powyższy wykres dotyczący typów float i double bez wątpienia można stwierdzić, że metoda G generuje największy błąd w obu przypadkach. Ciężko rozstrzygnąć kwestię błędów między metodami PG i FG. Powołując się na średnią błędu z badań dla typu double na rozmiarach macierzy 5-200, która dla PG jest rzędu 10-12, dla FG 10-13 można potwierdzić poprawność hipotezy H2.

**H3: Użycie własnej arytmetyki na ułamkach zapewnia bezbłędne wyniki niezależnie od**

**wariantu metody Gaussa i rozmiaru macierzy.**

Własna arytmetyka na ułamkach zapewnia bezbłędne wyniki ze względu na pomięcie zaokrągleń, ponieważ są stosowane tylko operacje na liczbach całkowitych.

**Q1: Jak zależy dokładność obliczeń od rozmiaru macierzy dla dwóch wybranych**

**przez Ciebie wariantów metody Gaussa gdy obliczenia prowadzone są na typie**

**podwójnej precyzji (TD)?**

Wykres 4 . Dokładność obliczeń prowadzonych na typie double dla metod PG i FG.

Z analizy wykresu 4 wynika, że wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy sumaryczny błąd bezwzględny rośnie. Większa ilość obliczeń wymagana do rozwiązania układu równań powoduje utratę precyzji. Występujące na wykresie skoki błędu są spowodowane obliczeniami na losowych zestawach danych, które mogły utrudniać rozwiązanie równania.

**Q2: Jak przy wybranym przez Ciebie wariancie metody Gaussa zależy czas działania**

**algorytmu od rozmiaru macierzy i różnych typów?**

Wykres 5. Czasy wykonywania metody FG dla wszystkich typów danych.

Wykres 5 przedstawia w skali logarytmicznej średni czas wykonywania obliczeń wariantu FG w zależności od rozmiaru tablicy. Na jego podstawie można stwierdzić, że czas wykonywania algorytmu Gaussa rośnie w sposób wykładniczy wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy.

1. **Wydajność implementacji**

E1: Podaj czasy rozwiązania układu równań uzyskane dla macierzy o rozmiarze 500

dla 9 testowanych wariantów.

Dla typu Fraction podano czas obliczeń dla macierzy o rozmiarze 130 (ze względu na zbyt długi czas trwania testów dla większych rozmiarów)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Typ danych | Wariant algorytmu | Czas rozwiązania [ms] |
| float | G | 2137,033 |
| PG | 2142,660 |
| FG | 5271,362 |
| double | G | 2555,008 |
| PG | 2565,953 |
| FG | 5778,396 |
| Fraction (130x130) | G | 726782,6 |
| PG | 743026,0 |
| FG | 946467,9 |

Tabela 1. Zestawienie wydajności implementacji

1. **Konfiguracja sprzętowa**

Procesor: Intel Core i5-4210U 4x1.70GHz